الموضوع : التاريخ / / ٢٠٢

المتغير العشوائي Random Variable

متقطع discrete

دالة الكتلة الاحتمالية (دالة توزيعية)

① P.m.f
Probability Function

$$f(x) = P(X = x)$$

② $\sum f(x) = 1$ مجموع ويساوي

$$0 \leq f(x) \leq 1$$

$$f(x_i) = \{ f(x)$$

مستمر Continuous

دالة الكثافة الاحتمالية p.d.f

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

دالة توزيعية

② Cumulative Probability Function (CDF) التجميعية

$$F(x) = P(X \leq x)$$

CLEAR

الموضوع: PMF الكثافة — التاريخ / / ٢٠٢

مكونات الحل

① $S = \{H, T\}$ كتب فضاء العينة

② $X = 0, 1, 2, 3 \cdots$ كم ظهور

$n(S)$ عدد عناصر العينة

③ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

X تمثل (H) صورة

Y = (T) كتابة

④ $P(X=0)$

⑤ PMF

Ex

رمي قطعة نقود مرة واحدة

Find ① X ② ③ ④ PMF

H
T

③ PMF

$1 \geq P(x) \geq 0$

$\{P(x) = 1$

$S = \{H, T\}$

① $X = 0, 1$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$P(0) = \frac{1}{2}$

$P(1) = \frac{1}{2}$

CLEAR

الموضوع : التاريخ / / ٢٠٢

③ $\sum P(x_i) = 1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

(٤X) رميت قطعة لنقود مرتين

$\{HH, HT, TH, TT\}$ $\quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0$

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$

H → H, T
T → H, T

① $NS = 4$

$X = 0, 1, 2$

$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$

$P(0) = \frac{1}{4}$

$P(1) = \frac{2}{4}$

$P(2) = \frac{1}{4}$

[redacted] (PMF)

① $1 \geq P(x) \geq 0$

② $\sum P(x_i) = 1$

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

① ② ③ ④ ⑤

طريقة ثانية /

CLEAR

Scanned with CamScanner

الموضوع : التاريخ ٢٠٢

رمي قطعة نقود ثلاث مرات

فضاء العينة $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

ظهور الصورة H	عدد عناصر $n(S)$
3	1
2	3
1	3
0	1
	8

① $X = 0, 1, 2, 3$

$n_S = 8$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$P(0) = \frac{1}{8}$

$P(1) = \frac{3}{8}$

$P(2) = \frac{3}{8}$

$P(3) = \frac{1}{8}$

② $1 \geq P(X) \geq 0$

$\sum P(X) = 1$

$\frac{1+3+3+1}{8} = \frac{8}{8} = 1$

CLEAR

الموضوع : التاريخ / / ٢٠٢

الدرس

X ع الرسم قطع المجموعة واحدة

القاعدة الأولى (التكامل)

$\int$

ثابت التكامل

① $\int \underset{\text{ثابت}}{k}\,dx \Rightarrow \int kx + C$

ثابت تكامل ثابت

خ	x	ي	ق	x

* $\int 2\,dx \Rightarrow 2x + C$

② $\int 3\,dy \Rightarrow 3y$

③ $\int 3x\,dy \Rightarrow 3xy$

④ $\int 3y\,dx \Rightarrow 3yx$

القاعدة الثانية

$\int kx\,dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1}$

$\int 3x\,dx \Rightarrow \frac{3x^2}{2}$

ثابت

$\int 3y^2 + 5\,dx$

$3y^2x + 5x$

$\int (x^3y^3 + 2x + 3y + 1)\,dx$

$\frac{x^4y^4}{4} + x^2 + 3yx + x$

CLEAR

① $0 \leq f(x) \leq 1$

② $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

مثال

$f(x) = e^{-x}$

Find ① p.d.f

نكون

$\int_{0}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

$\int_{0}^{\infty} e^{-x}\,dx \rightarrow -e^{-x}\Big|_{0}^{\infty}$

$= -(0-1) = 1$

(التكامل المحدد)

$0 < x <$

Find: p.d.f $2x\,dx$

$\int_{0}^{1} 2x\,dx$

$2\frac{x^2}{2}\Big|_{0}^{1}$

$= (1)^2 - (0)^2$

$= 1 - 0 = 1$

الموضوع : التاريخ / / ٢٠٢

دالة الكثافة الاحتمالية

$$\int_{\text{كل}} f\,dx$$

نقصد بها

مثال

نتناول بالتحديد

$f(x) = 3x^2$ Find P-d-f

القانون

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

$$\int_0^1 3x^2\,dx$$

$$3\frac{x^3}{3} = x^3 \Big|_0^1$$

$$(1)^3 - (0)^3$$

$$1 - 0 = 1$$

CLEAR

Scanned with CamScanner

$$\int (\cos x)^{1-1} (3X \cdot X)\, dX \qquad 0 \leq X \leq 1$$

عند الضرب في الأسس .

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(X)\, dX$$

اي شيء اسه صفر مقداره (١)

$$\int_0^1 3X^2\, dX$$

امثلة // $f(x) = \frac{1}{6}$ Find (P-M-F)

Ex

$X = 0, 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$P(\quad) =$

$P(\quad) =$

الموضوع : التوقع التاريخ : قانون / التوقع

$$E(X) = \sum X P(X) \qquad E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} X f(X)\, dX$$

$$E(X)^2 = \sum X^2 P(X)$$

$$Var(X) = E(X)^2 - E(X)^2$$

مثال: أوجد $E(X)$ ② $E(X^2)$ ③ $Var(X)$ ①

EX

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

خطوات الحل

$$E(X) = \sum X P(X)$$

$$0\left(\frac{1}{8}\right) + (1)\frac{3}{8} + \left(\frac{3}{8}\right) + 3\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$\frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8} = \frac{12}{8}$$

$$E(X) \quad \frac{12}{8}$$

CLEAR

Scanned with CamScanner

التوقع الثاني

$$E(X) = \sum x^2 P(X)$$

$$= 0^2\left(\frac{1}{8}\right) + (1)^2\frac{3}{8} + (2)^2\frac{3}{8} + (3)^2\frac{1}{8}$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{12}{8} + \frac{9}{8} = \frac{24}{8}$$

$$\therefore E(X)^2 = \frac{24}{8}$$

(التوقع الأول ـ التوقع الثاني)

$$Var(X) = E(X)^2 - (E(X))^2$$

$$= \frac{24}{8} - \left(\frac{12}{8}\right)^2$$

$$\frac{24}{8} - \frac{144}{64}$$

CLEAR

Scanned with CamScanner

X	0	1	2
$P(X)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

① $Var(X)$ جد

$$\Sigma(X) = \Sigma X P(X)$$

$$0\left(\frac{1}{4}\right) + 1\left(\frac{2}{4}\right) + 2\,\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\Sigma(X)^2 \quad (0)^2\left(\frac{1}{4}\right) + (1)^2\,\frac{2}{4} + (2)^2\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{2}{4} + \frac{4}{4} = \frac{6}{4}$$

$$\Sigma(X)^2 = \frac{6}{4}$$

$$Var(X) = \Sigma(X)^2 - \Sigma(X)$$

$$\frac{6}{4} - 1 \quad \frac{6}{4} - (1)^2$$

CLEAR

Scanned with CamScanner

الموضوع : التاريخ / / ٢٠٢

Ex// $f(x) = \tan 2x + 2 - \tan 2x$

$f(x)\ 2x$ $\quad x = 0, 1, 2, 3$

$E(x) \{ x P(x)$

x	0	1	2	3
Px	0	2	4	6

$\Sigma (x) Px \quad 0 + 2 + 8 + 18$

(دالة p.m.f دالة التكامل)

صفر بعد التكامل

$f(x) = 3x^2$ Find $var(x)$ $\quad 0 < x < 1$

x	0	1
Px		

نفس الخطوات اكمل //

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx$$

$$E(x)^2 = \int x^2 f(x)\, dx$$

$$Var(x) = (x^2) - \{E(x)^2\}$$

CLEAR

① تكتب الدالة
② نفرض متغير صدر التكامل منطقة الخطأ في السؤال
③ نفرض الدالة المعطاة في السؤال
④ ~~الدالة~~
④ نضرب الدالة (x) في $(x)^2$
⑤ نجري عملية التكامل
⑥ نفرض المتغير بعد اجراء عملية التكامل حسب الأعلى ناقص الأدنى

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, F(x)\, dx$$

$$\int_0^1 x(3x^2)\, dx$$

$$\int_0^1 3x^3\, dx$$

$$3\frac{x^4}{4} \Big|_0^1$$

$$\left(\frac{3(1)^4}{4}\right) - \left(\frac{3=(0)^4}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

CLEAR

Scanned with CamScanner

$$E(x)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)\, dx$$

$$\int_0^1 x^3 \cdot (3x^3)\, dx$$

$$\int_0^1 3x^6\, dx$$

$$\frac{3x^5}{5} \Big|_0^1$$

$$\left(\frac{3(1)^5}{5} - \frac{3(0)^5}{5}\right)$$

$$E(x)^2 = \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4}\right)^2$$

CLEAR

Scanned with CamScanner

$2x-2x$

EX $f(x) = e^{-1}$ Find $Var(X)$

$e = 1$

$f(x) = 1$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f \, dx$$

$$= \int_{0}^{1} x \, dx \qquad \frac{x^2}{2} \Big|_0^1$$